

Kleinbach, Karlheinz

Unterrichtsbeispiel: Der Umgang mit dem geteilten Würfel, Fröbels dritter Spielgabe in einer Oberstufe

Lernen konkret 12 (1993) 3, S. 8-12



Quellenangabe/ Reference:

Kleinbach, Karlheinz: Unterrichtsbeispiel: Der Umgang mit dem geteilten Würfel, Fröbels dritter Spielgabe in einer Oberstufe - In: Lernen konkret 12 (1993) 3, S. 8-12 - URN:
urn:nbn:de:0111-pedocs-116916 - DOI: 10.25656/01:11691

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-116916>

<https://doi.org/10.25656/01:11691>

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Digitalisiert

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

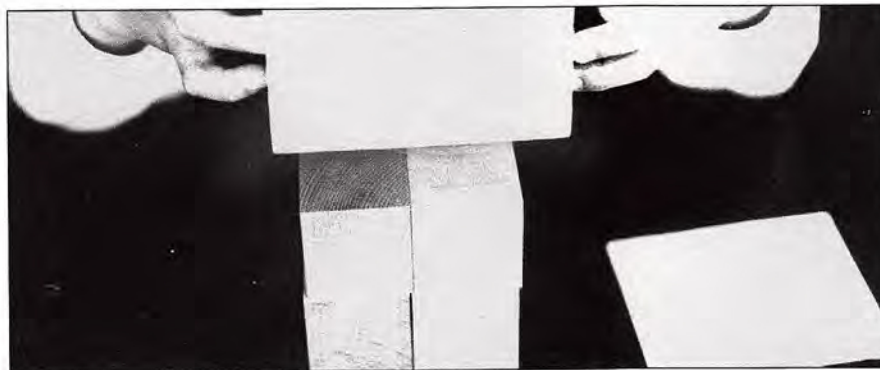
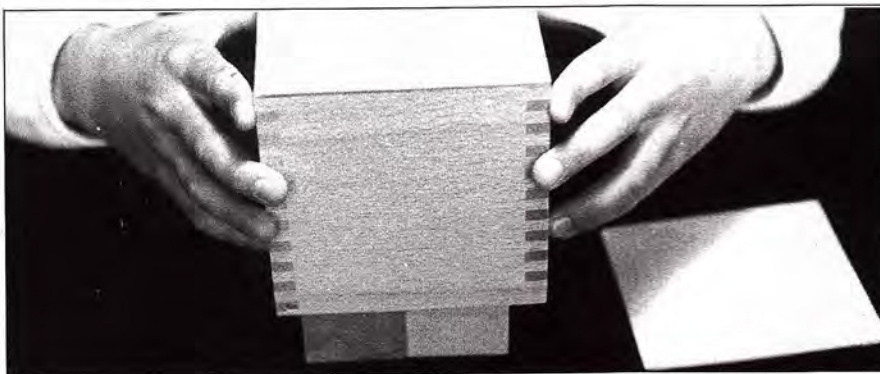
Unterrichtsbeispiel: Der Umgang mit dem geteilten Würfel, Fröbels dritter Spielgabe, in einer Oberstufe

Was ist der 'geteilte Würfel'? Worin liegt sein von Fröbel intendierter Gebrauch?

Im Jahre 1851 veröffentlichte *Friedrich Fröbel* eine „Anleitung zum rechten Gebrauche der dritten Gabe des entwickelnd erziehenden Spiel- und Beschäftigungsganzen des einmal allseitig geteilten Würfels, die Freude der Kinder“ (*Fröbel* 1974, 120).

(Zitiert wird nach der Ausgabe *Friedrich Fröbel: Ausgewählte Schriften Band III*, herausgegeben von Helmut Heiland, Düsseldorf und München 1974. Die Reihe erscheint jetzt bei Klett-Cotta, S. 4 Abb.)

Dieser Holz-Würfel von 10 cm Kantenlänge wird durch seine Mitte nach allen Seiten hin und gleichlaufend mit denselben je einmal geteilt. So entstehen „acht unter sich ganz gleichgroße Würfel“ (a.a.O. 127). Zum Würfel gehört ein passender Holzkasten. Der 'rechte Gebrauch' beginnt bereits beim Herausnehmen des Würfels aus dem Holzkasten: „... öffne nun den Deckel des Kästchens ungefähr bis zu einem Viertel, kehre es um, stelle es mit dem so ein wenig geöffneten Deckel auf den Tisch vor das Kind hin, ziehe den Deckel unter dem Kästchen hervor, so werden sich die darin befindlichen Würfel auf die Tischfläche senken“ (a.a.O. 131).



Die Würfel aus dem Holzkasten nehmen

Das Kind begegnet damit dem zunächst verschlossenen Ganzen, das in einem Verfahren entfaltet werden kann. Voraussetzung dazu ist allerdings, daß jedes Kind „wenigstens für die Zeit des Spielens, ein eigenes Spielkästchen, gleichsam als Eigentum für sich haben muß“ (a.a.O. 145).

Diese Sachanschauung, daß das Ganze in Teilen erscheint und jedes Teil zum Ganzen gehört, ist eine erste Folgerung. Die Teile entsprechen dem Ganzen in der Form, die Teil-Würfel unterscheiden sich vom Ganzen notwendig durch ihre Größe.

Ganzes, Teil, Form und Größe können durch die sogenannten Grundanschauungen des Vergleichens und Entgegensetzens geklärt werden. Durch den vollzogenen Teilungsvorgang entsteht eine Ordnung, jeder Teil-Würfel ist in einer bestimmten Lage und steht damit auch in einem Verhältnis zu den übrigen Teil-Würfeln (auf, unter, neben, hinter usw.).

Das Ganze der acht Teil-Würfel kann nun durch Kippbewegung der Teil-Würfel entlang ihrer Kanten entwickelt oder entfaltet werden. Die Würfelkante bildet dabei die Drehachse, in der die Teil-Würfel gegeneinander bewegt werden können. Die Teil-Würfel können 'Schritte' ausführen.

Es ist durchaus im Sinne *Fröbels* ursprünglicher Spiel-Regel, daß damit nach jedem Schritt eine andere Kante zur Drehachse werden kann. Die Umkehrung (Reversibilität) dieser Schritte führt wieder zur Ausgangslage, d.h. zum geschlossenen Würfelganzen. Dies ist eine Regel, die im Spielmaterial selbst enthalten ist und an diesem ablesbar ist.

(Unter dem Gesichtspunkt der Permutation stellt der geteilte Würfel mit dieser Spiel-Regel ein geschlossenes generierendes System dar. Der Kippvorgang von zwei Teil-Würfeln entlang ihrer Kanten als Drehachse ergibt immer eine identische Figur. Jeweils eine Fläche des ersten Würfels bleibt auf eine Fläche des anderen Würfels bezogen, gleichgültig in welcher Konstellation die Flächen zueinander stehen.

Anders bei der Verwendung von drei und mehr Teil-Würfeln. Zwar ist offensichtlich, daß dieser Kombinatorik durch die begrenzte Handhabbarkeit des geschnittenen Würfels Grenzen gesetzt sind, andererseits wird jedoch auch deutlich, daß es sich hier um eine mathematische Spieltheorie handelt, die sich vielleicht erst mit gegenwärtigen Hilfsmitteln (CAD, graphische Simulationsprogramme) in ihrer ganzen Tragweite unterrichtlich ausformulieren läßt. Hieraus wird auch verständlich, warum sich eine auf *Fröbel* bezogene Unterrichtstheorie anschaulichen Lernens nicht um eine fachdidaktische Fundierung herumogeln darf.)

Im einführenden Text haben wir dies als Angemessenheit bezeichnet. Was ist nun beim geteilten Würfel mit Angemessenheit gemeint?

Sicherlich gibt es andere Möglichkeiten, mit einem Holz-Würfel umzugehen: Man kann ihn werfen, zersägen, ihn in den Mund nehmen, verstecken, wiegen, anmalen, als Baumaterial benutzen usw.

Alle diese Nutzungs-Möglichkeiten führen zu Erfahrungen.

Der Würfel liegt neben anderen Gegenständen in der Spielkiste. Ebenso wie andere Gegenstände kommt er dort mehr oder weniger zufällig vor. Entsprechend wird er unter dem Aspekt seiner Nutzungsmöglichkeiten in Spielzusammenhänge integriert, vielleicht als Brückenpfeiler, als Sitzbank für eine Puppe, als Haus, Brot usw.

Hier erscheint der Würfel jeweils in einem darstellenden Zusammenhang. In einem solchen offenbart sich aber nur sehr beschränkt, was denn nun 'das Würfelige' des Würfels ist. Was also macht den Würfel zum Würfel? Welche Eigenschaften machen ihn unterscheidbar von anderen Dingen meiner Umwelt?

Sicherlich nicht die Möglichkeit, daß man ihn anmalen, zersägen oder verstecken kann. Dagegen wird etwa im Würfelspiel seine Eigenschaft genutzt, daß er aus einer Bewegung heraus wieder in eine stabile (eindeutige) Lage kommt. Je nach Wurf bewegt er sich dabei über seine Kanten und Ecken, manchmal kreiselt er. Diese Bewegungsmöglichkeiten sind durch seine regelmäßige Form und sein Material festgelegt. Im Würfelspiel wird die regelmäßige Form als 'Zahlenlieferant' genutzt. (Im übrigen zeigte der Umgang mit dem geteilten Würfel ganz deutlich, daß sich das Wissen über die Augenzahl des Spiel-Würfels nicht auf einen geometrischen Sachverhalt gründet.)

Welche Spielmöglichkeiten stellt *Fröbel* sich nun vor? *Fröbel* unterscheidet hier den formbezogenen Umgang vom darstellenden Umgang.

Beim **formbezogenen Umgang** ist der Würfel „Spielstoff“ (a.a.O. 146). Das Kind soll nichts anderes darin sehen als eben den Würfel. „Die meisten Kinder lieben ... das Zusammenordnen nach der Höhe, das Aufstrebende“ (a.a.O. 132).

Die Beziehung der Würfel zueinander stellt eine Ordnung dar, die erste, einfachste Ordnung ist die Reihe, das Neben- oder Aufeinander. Wird diese Ordnung sprachlich artikuliert („auf, auf, auf, auf.“ oder „an, an, an, ...“), so kann sich darin das Rhythmische der Ordnung offenbaren. Alle von *Fröbel* selbst angegebenen Reime sind im Grunde nichts anderes als die Erweiterung, Variation und Koordination rhythmischer Muster.

(Damit nimmt *Fröbel* vorweg, was in jüngster Zeit unter sprachtherapeutischer Fragestellung als Koordination von Sprechen und Handbewegung, dem sog. 'tapping', ausformuliert wurde. Vgl. dazu *Jochim Graichen*: Teilleistungsschwächen in den hierarchisch-sequentiellen auditiven, kinästhetischen und rhythmischen Regulationssystemen der Sprachproduktion; in: *G. Lotzmann* (Hrsg.) Aspekte auditiver, rhythmischer und sensomotorischer Diagnostik, Erziehung und Therapie, München und Basel 1978 (= Psychologie und Erziehung im Unterricht, Beiheft 74.)

Beim **darstellenden Umgang** wird der Würfel mit seinen Teilen zum Repräsentanten von Dingen, die dem Kind bereits bekannt sind: Treppe, Mauer, Bank, Haus usw. *Fröbel* versammelt hundert solcher „Lebensformen, erfunden und dargestellt von Kindern verschiedener Kindergärten“ (a.a.O. 147). Die Möglichkeiten, den Würfel zu zerlegen und anders zusammenzusetzen, werden hier also zur abbildenden Darstellung genutzt.

Diese Unterscheidung ist nicht beiläufig, sondern sehr bedeutsam, was die Begriffsbildung betrifft: Heißt es beim formbezogenen Umgang „Noch sehen wir ganz den Würfel vor uns stehn“ (a.a.O. 146), so wird wenige Zeilen später bereits gefragt „Was werdet ihr wohl daraus machen können?“ (ebd.) Um aus den Teil-Würfeln einen 'Tisch' zu bauen, muß das Kind nämlich bereits eine allgemeine Vorstellung von 'Tisch' haben.

Der geteilte Würfel als Unterrichtsmittel in einer Oberstufe?

Zugegeben: Zweifel kommen einem nicht erst, wenn man die etwas biederen Formulierungen *Fröbels* aus seinen „Anweisungen zum rechten Gebrauch ...“ liest! Gibt es für anschauliches Lernen nicht inzwischen Materialien, die wesentlich geeigneter sind? Können sich unsere Schüler präpositionale Zusammenhänge nicht an jedem beliebigen Holzpuzzle mit weniger Planungsaufwand erarbeiten? Ist *Rubiks' magic cube* nicht ein zeitgemäßeres Unterrichtsmittel? Kann nicht jedes andere Konstruktionsmaterial sehr viel mehr Impulse geben, höhere Anforderungen stellen und zu selbsttätigem Tun anregen? Macht sich hier nicht eine neue Einfachheit breit, die gegenwärtige Tendenzen der Unterrichtstechnologie (computergestütztes Lernen) einfach ignoriert? Neuauflage einer Kindergartenidylle in der Schule für Geistigbehinderte?

Dies ist jedoch nicht der Ort für eine generelle Auseinandersetzung mit solchen Einwänden. Vielmehr geht es uns hier darum, die unterrichtlichen Möglichkeiten des geteilten Würfels neu zu entdecken. Daß wir uns dabei manchmal auf anderen als den von *Friedrich Fröbel* intendierten Bahnen bewegen, mögen uns die *Fröbelschen* hard-liner nachsehen!

Wenn wir nachfolgend von einer gewohnten Darstellung unterrichtlicher Vorhaben abweichen, so hat das seinen Grund: Es geht uns nicht darum, einen unterrichtlichen Verlauf durchgehend zu dokumentieren. Sondern es soll an einigen wenigen Stellen deutlich werden,

welche Möglichkeiten es am geteilten Würfel (noch/wieder) zu entdecken gibt. Dies gilt in gleichem Maße sowohl für Schüler als auch für Lehrer!

Dokumentation der Unterrichtsversuche

Das Unterrichtsvorhaben wurde im Schuljahr 1988/89 an einer Oberstufe mit acht Schülerinnen und Schülern im Alter zwischen 14 und 18 Jahren durchgeführt. Die Lernvoraussetzungen waren heterogen. Dies galt insbesondere für die Bereiche Verständigung und Bewegung. Ein Schüler war Rollstuhlfahrer.

Der Unterricht wurde durchgehend in Doppelbesetzung durchgeführt und das Vorhaben wöchentlich einmal im zweistündigen Nachmittagsunterricht erarbeitet.

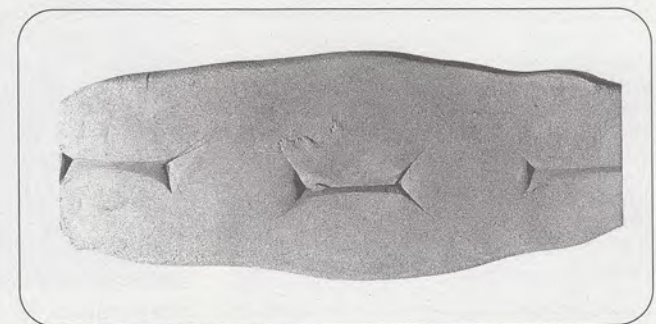
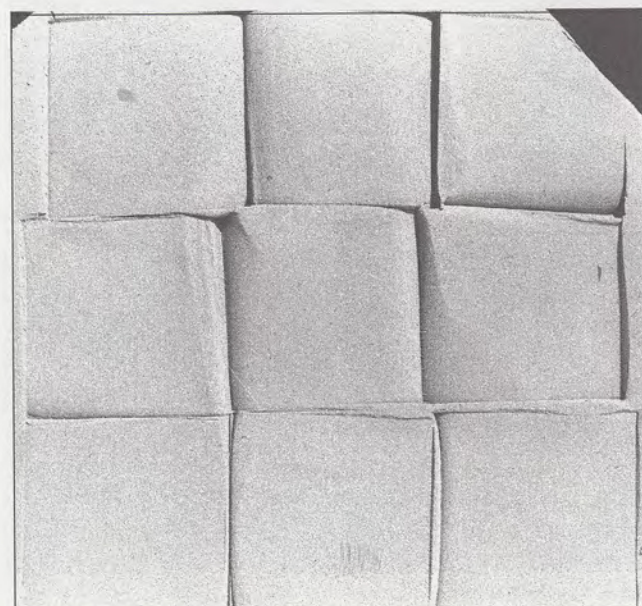
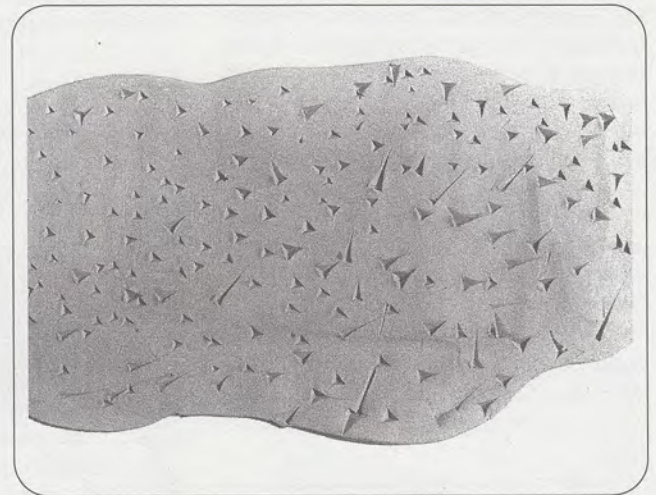
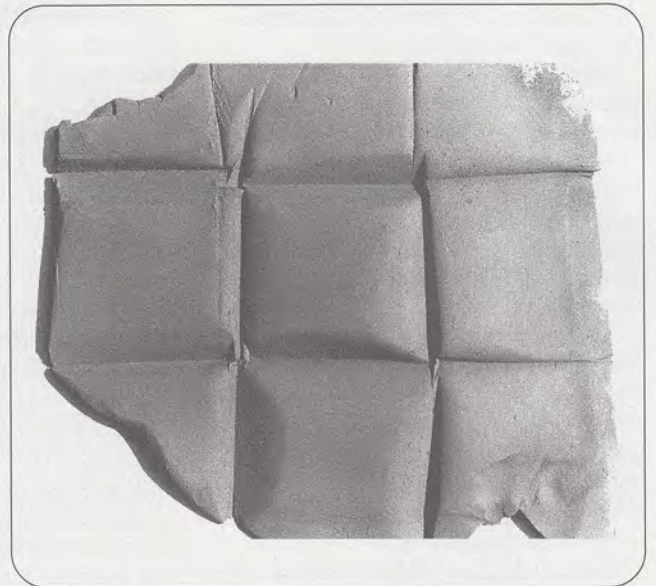
Die Würfelform war allen Schülern vom Spiel-Würfel her bekannt und wurde spontan benannt. Aufgrund der unterschiedlichen Voraussetzungen, die die einzelnen Schüler mitbrachten, ging es zunächst darum, die Ausgangslage objektbezogen zu bestimmen. Wie hantieren die einzelnen Schüler mit dem Würfelganzten und den Teil-Würfeln? Welche Erfahrungen aktualisieren sie? Wie reagieren sie überhaupt auf das Material?

Das hierfür gewählte Thema hieß: **'Der Würfel hinterläßt Bewegungsspuren'**. Die Schüler stellten unterschiedliche Abdrücke des Würfels in Tonplatten her, verglichen diese Spuren mit anderen, indem sie ihren Würfel in andere Tonplatten einpaßten. Die so entstandenen 'Spurenbilder' waren unterschiedlich, je nachdem wie der Würfel gehalten wurde und mit wieviel Kraft er in die Tonplatte gedrückt wurde.



Neue Spuren

Bewegungsspuren des Würfels •

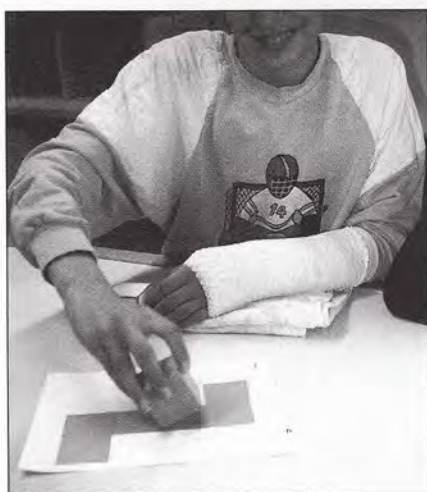


In einem zweiten Schritt ging es um die Frage: **Wie kann man einen Würfel einpacken?** Dazu sollte auf jede Würfel- fläche ein größengleiches Papierquadrat gelegt werden. Die Papierflächen waren miteinander mit Klebestreifen zu verbinden.



Ein Würfel wird eingepackt

Wie viele Papierquadrate werden für einen Würfel benötigt? Wenn Papierquadrate fehlen: Kann ich selbst solche Papierquadrate herstellen? Wie mache ich diese passend? Die Verpackung wurde nun wieder aufgeschnitten, jedoch so daß ein zusammenhängender 'Flickenteppich' (Netz) erhalten blieb. Wie oft muß dabei geschnitten werden? An welcher Stelle muß geschnitten werden, wenn der Teppich nicht auseinanderfallen soll?



Schritte auf dem Netz

Auf den so entstandenen Würfel-Netzen konnte der Würfel Schritte machen (und konnte sich so wieder selbst 'einpacken'!). Wie viele Schritte sind es vom ersten bis zum letzten Feld?

Die Würfel-Netze sehen nicht alle gleich aus. Warum nicht? Die unterschiedlichen Netze wurden mit quadratischen Gummimatten (50 cm Seitenlänge, Scheiblauer Material) nachgelegt. So



Anita und Harald bewegen den Würfel

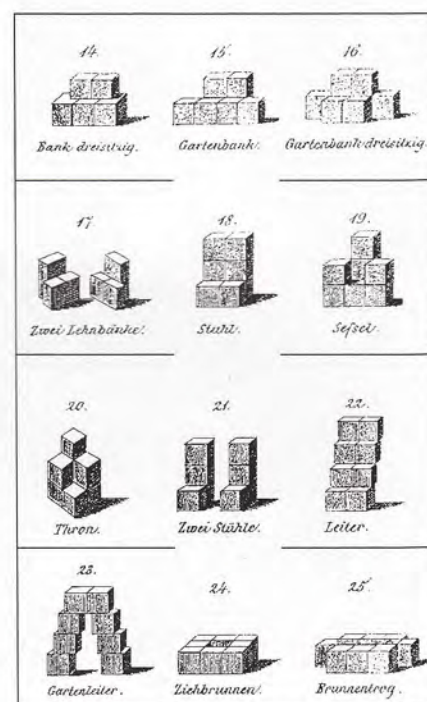
wurde nun ein entsprechend großer Würfel (aus Karton) benötigt.

Auch mit diesem großen Würfel konnten wir auf seinem Netz Schritte machen. Allerdings mußten wir dazu aufstehen, mitgehen, beide Hände benutzen, usw. **Wie verändert die Vergrößerung des Spielmaterials die eigenen Bewegungen?** Der Würfel kann auch einen ganz anderen Weg gehen. Kann man diesen Weg mit Feldern (Gummimatten) vorauslegen?

An dieser Stelle entdeckten Walter und Ingo das, was man in der Geometrie Parkettierung nennt: Die Abwicklung eines Würfels ergibt eine geschlossene Fläche, die beliebig weit ausdehnbar ist (es ist also nur eine Frage der tatsächlich vorhandenen Matten). Der Würfel kann, hält man nur die Schritt-Bewegung ein, zu jedem Feld gelangen.

Der Würfel konnte so auf eine benachbarte gelbe, blaue, rote oder grüne Matten gekippt werden. Daraus gestalteten die Schüler ein eigenes Würfel-Spiel: Dazu wurde eine Würfel- fläche markiert. Auf welches Feld muß der Würfel nun gekippt werden, damit die markierte Würfel- fläche nach oben liegt? Wie viele 'Schritte' (= Kippvorgänge um eine Würfelkante als Achse) müssen bis zu diesem Feld ausgeführt werden? Liegen diese Schritte alle in einer Richtung? Die Ausgangsposition der markierten Würfel- fläche ändert sich mit jedem Versuch erneut. Gibt es dabei 'Gewinnfelder'? Die Leserin, der Leser mag das selbst erproben.

Bis zu diesem Abschnitt beschränkte sich das Unterrichtsvorhaben mit der Untersuchung von nur einem Teil- Würfel. Zwar hantierten wir immer mit dem geteilten Würfel im Holzkästchen, jedoch gerade nicht im Sinne *Fröbels*, unter der Bedingung des Erhalts des Würfel- ganzens.



(aus: Friedrich Fröbel, *Ausgewählte Schriften*. In 5 Bänden. Hrsg. von Erika Hoffmann/Helmut Heiland/Reinhold Wächter. Band 3: Texte zur Vorschulerziehung und Spieltheorie. Klett-Cotta, Stuttgart, 2. Aufl. 1982.)

Von Zivildienstleistenden an unserer Schule waren inzwischen aus Karton sieben weitere Teil- Würfel mit einer Kantenlänge von 50 cm gefertigt worden. Konnte man mit diesem vergrößerten Exemplar des geteilten Würfels genauso hantieren, wie mit dem ursprünglichen Holz- Würfel? „Ein anderes Mal lasse man die Kinder ein jedes darstellen, was es eben Lust hat, nur sehe man darauf, daß die Gegenstände vielartig ...“ (a.a.O. 149).

Insofern Geometrie räumliche Beziehungen zum Thema hat, wird hier auch notwendig der eigene Körper zu einem geometrischen 'Tatbestand': Wie groß bin ich? Wie viele Würfel kann ich aufeinanderstellen?



Schüler setzen große Würfel zusammen

Vor dem Alten Schloß in Stuttgart steht eine Plastik aus vier jeweils mannshohen Granit-Würfeln (Denkmal gegen den Faschismus). Diese Plastik sollte nachgebaut werden. Dabei kam es zu folgender Fragestellung: **Wie können Würfel einander berühren?** Welche konstruktiven Anforderungen stellt der

Nachbau dieser Plastik? Werden alle Teil-Würfel aus dem Holzkasten dazu benötigt? Wie liegen die Würfel zueinander?

Was in dieser Sequenz an Lösungsanstrengung vollzogen wurde, ist mit den Fotos auf Seite 13 kaum angemessen zu dokumentieren. Anschauliches Denken kann sehr anstrengend sein! Die entscheidende Frage war dabei, wie der aufliegende Würfel in die drei liegenden Würfel einzupassen sei.

Hierbei konnten die Schüler erfahren, daß Würfel einander unterschiedlich berühren können. Sie liegen mit ihren Flächen aneinander oder aufeinander. Die Kante eines Würfels liegt auf der Fläche eines anderen. Oder die Würfel berühren sich mit je einer Kante. Festzustellen ist: An welchen Stellen wird der aufliegende Würfel von den anderen getragen?

Zum Abschluß des Unterrichtsvorhabens sollte nochmals die Eingangssequenz aufgenommen werden. Dort war es darauf angekommen, mit einem Holz-Würfel unterschiedliche Bewegungsspuren auf Tonplatten zu hinterlassen. Der Würfel wurde dabei über eine seiner Kanten gekippt, über der Ecke gedreht usw. Wird der Würfel in seiner ihm gemäßen Weise bewegt, (*Fröbel* nennt dies übrigens 'Tanz') dann ergeben sich entsprechend auch musikalische Möglichkeiten, diese Bewegungen zu artikulieren. („Man kann und könnte diese Formen, wie man vom Tanze der Welten und vom Tanze der Jahreszeiten, dem Tanze der Natur überhaupt spricht, auch Tanzformen nennen, Tanzformen gleich (=) Ganzformen; Ganzformen, wo jedes Einzelne zum Ganzen sich neigt; Tanzformen, wo jedes Einzelne um des Ganzen, und das Ganze um des Einzelnen willen da ist“ (*Fröbel*, 1974, 140).)

Mit Orffschen Instrumenten kann der 'Würfel-Tanz' akustisch begleitet werden.

Wie klingt es, wenn der Würfel geschoben wird? Welches Instrument können wir dazu auswählen? Das Schieben ist anstrengend, der Würfel kommt nur langsam vom Fleck, ich brauche dafür viel Kraft, beim Schieben bleibe ich in einer Haltung usw. Ganz anders, wenn der Würfel gekippt wird und so Schritte macht. Im Kippen entsteht ein Rhythmus mit einem Akzent: der Kippvorgang selbst ist zunächst schwer (hochheben) und dann ganz leicht (fallen), mit dem ganzen Körper mache ich den Kippvorgang des Würfels mit. Der Würfel kann sich auch im Kreise drehen.

Allerdings war es gar nicht so einfach, unseren großen Würfel aus Karton auch so aufzustellen, daß er sich mühelos drehen ließ. Dies gilt im übrigen auch bereits für den kleinen Holz-Würfel. Drehbar wird auch dieser nur, wenn er genau auf seiner Diagonalachse steht. Ihn so mit dem Finger einer Hand zu halten, während die andere Hand ihn rotieren läßt, war gar nicht so 'leicht'. Die Behäbigkeit seiner Ruhelage scheint eine psychische Entsprechung zu haben. Nur wenige Schüler waren auf Antrieb fähig, den Würfel in seiner Diagonalachse aufzustellen und zu drehen.



Der Würfel rotiert

Von dieser Stelle aus bot sich an, nicht den Würfel tanzen zu lassen, sondern selbst die drei Bewegungsformen des Würfels nachzugestalten. Dazu sollten die Schüler in einen Würfel aus Karton mit 1 Meter Kantenlänge wie in ein Kostüm hineinsteigen. Die beiden Öffnungen, gerade eben groß genug für Kopf und Beine, liegen sich diagonal gegenüber. Die unterrichtliche Absicht war hierbei nicht: 'Tanze wie der Würfel'. Vergleichbar den Figurinen von *Oskar Schlemmer* sollte vielmehr die Form des Kostüms die Bewegungsmöglichkeiten vorgeben.



Denkmal in Stuttgart